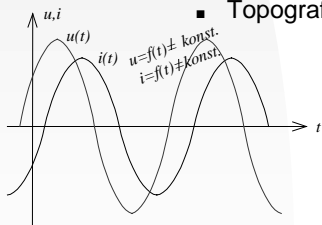


# Izmjenični krugovi

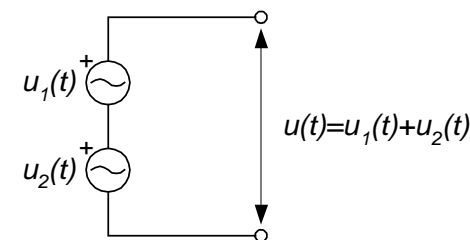
- Sinusoidalne veličine - amplituda, frekvencija, fazni pomak.
- Vektori - kompleksni račun.
- Otpor, induktivitet i kapacitet u izmjeničnom strujnom krugu.
- Ohmov zakon u izmjeničnom strujnom krugu.
- I i II Kirchhoffov zakon u izmjeničnom strujnom krugu.
- Vektorski dijagram napona i struja.
- Topografski dijagram.



## 1. zadatak

Dva izvora izmjeničnog sinusoidalnog napona spojena su u seriju. Odredite ukupni napon kojeg daju ovi izvori.

- $f = 50$  [Hz]
- $U_{MAX1} = U_{MAX2} = 100$  [V]
- $\varphi_1 = 30$  [°]
- $\varphi_2 = 60$  [°]



[Početna stranica](#)



## Uvodni pojmovi

- Matematička funkcija koja opisuje sinusoidalnu veličinu:

$$x(t) = A \cdot \sin[\alpha(t)]$$

gdje je:

- $x$  promatrana veličina koja se mijenja po sinusoidalnom zakonu,
- $A$  predstavlja maksimalnu vrijednost (amplitudu) koju ta veličina može poprimiti,
- $\alpha(t)$  argument funkcije *sinus*, koji je funkcija vremena  $t$ .

- U strujnim krugovima radi se o naponima i strujama:

$$u(t) = U_{MAX} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u) \text{ [V]}$$

$$i(t) = I_{MAX} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i) \text{ [A]}$$

gdje je:

- $\omega = 2 \cdot \pi f$  [rad/s] - kružna frekvencija,
- $f$  [Hz], - frekvencija ( $f=1/T$ ,  $T$ [s] - period),
- $\varphi$  [rad], [°] - fazni pomak.



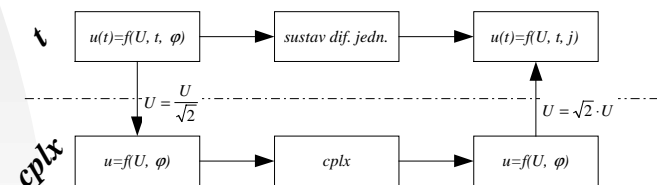
[Početna stranica](#)



## Uvodni pojmovi

- Rješavanje zadataka s vremenski promjenljivim (sinusoidalnim) veličinama:

- direktno rješavanje problema u vremenskom području - vrlo komplicirano (rješavanje sustava dif. jednačji),
- rješavanje problema preslikavanjem u kompleksno područje čime se izbjegava vremenska dimenzija problema i pojednostavljuje proračun.



- Preslikavanje u kompleksno područje vrši se odgovarajućim matematičkim postupkom.



[Početna stranica](#)



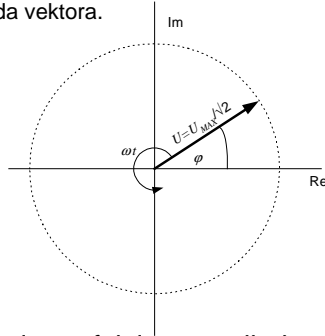
## Uvodni pojmovi

- Može se pokazati da vrijedi izraz:

$$U_{MAX} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \text{Im}\{U_{MAX} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

- Izraz u vitičastoj zagradi na desnoj strani može se predočiti s rotirajućim vektorom, pri čemu je:

- $\omega$  - kutna brzina kojom vektor rotira oko svog hvatišta,
- $U_{MAX}$  - amplituda vektora.



- Kako bi se baratalo s efektivnom vrijednosti sinusoidalne veličine vrši se dijeljenje amplitude s faktorom  $\sqrt{2}$ .

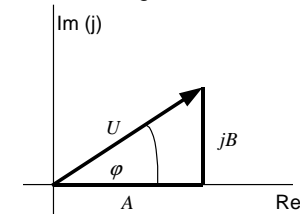
[Početna stranica](#)



## Uvodni pojmovi

- Budući da se radi o dvodimenzionim vektorima oni se najčešće zapisuju uz pomoć kompleksnih brojeva:

- x os označava se kao realna os,
- y os označava se kao imaginarna os i sve veličine dobivaju prefiks j.



- Pri tome je:

$$A = U \cdot \cos(\varphi)$$

$$B = U \cdot \sin(\varphi)$$

odnosno:

$$U = \sqrt{A^2 + B^2}; \quad \varphi = \arctg\left(\frac{B}{A}\right)$$

[Početna stranica](#)



## Uvodni pojmovi

- Stoga vrijede sljedeći načini zapisa vektora:

$$\dot{U} = A + jB$$

$$\dot{U} = U \angle \varphi$$

- Pri tome je zbrajanje lakše provesti s prvim načinom zapisa:

$$\dot{U}_1 \pm \dot{U}_2 = (A_1 + jB_1) \pm (A_2 + jB_2) = (A_1 \pm A_2) + j(B_1 \pm B_2)$$

dok je množenje i dijeljenje jednostavnije s drugim načinom zapisa:

$$\dot{U}_1 \cdot \dot{U}_2 = (U_1 \angle \varphi_1) \cdot (U_2 \angle \varphi_2) = U_1 \cdot U_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1 \angle \varphi_1}{U_2 \angle \varphi_2} = \frac{U_1}{U_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$$

[Početna stranica](#)



## Rješenje u vremenskoj domeni

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$u(t) = 100 \cdot \sin(\omega \cdot t + 30^\circ) + 100 \cdot \sin(\omega \cdot t + 60^\circ)$$

- Upotrebom trigonometrijskih formula (zbroy i razlika kuteva):

$$u(t) = 100 \cdot [\sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(30^\circ) + \sin(30^\circ) \cdot \cos(\omega \cdot t)] + 100 \cdot [\sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(60^\circ) + \sin(60^\circ) \cdot \cos(\omega \cdot t)]$$

- Kad se izračunaju vrijednosti sin i cos za kuteve  $30^\circ$  i  $60^\circ$ :

$$u(t) = 100 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) \cdot [\sin(\omega \cdot t) + \cos(\omega \cdot t)]$$

$$u(t) = 100 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left[\sin(\omega \cdot t) + \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

[Početna stranica](#)



- Daljnjom primjenom trigonometrijskih formula (zbroy i razlika funkcija):

$$u(t) = 100 \cdot \left( \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 2 \cdot \sin\left( \frac{\omega \cdot t + \omega \cdot t + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \cdot \cos\left( \frac{\omega \cdot t - \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}}{2} \right)$$

$$u(t) = 100 \cdot \left( \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 2 \cdot \sin\left( \omega \cdot t + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \cos\left( -\frac{\pi}{4} \right)$$

$$u(t) = 100 \cdot \left( \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) \cdot 2 \cdot \sin\left( \omega \cdot t + \frac{\pi}{4} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$u(t) = 50 \cdot \sqrt{2} \cdot (1+\sqrt{3}) \cdot \sin\left( \omega \cdot t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$u(t) = 193 \cdot \sin(\omega \cdot t + 45^\circ) \text{ [V]}$$

- Zamislite složenost izračunavanja sume/umnoška proizvoljnog broja napona  $u_i(t)$  s različitim amplitudama i fazama!

[Početna stranica](#)



## Rješenje u kompleksnoj domeni

- Upotrebom kompleksnog računa proračun se znatno pojednostavljuje:

$$u_1(t) = 100 \cdot \sin(\omega \cdot t + 30^\circ) \Rightarrow \dot{U}_1 = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{ [V]}$$

$$u_2(t) = 100 \cdot \sin(\omega \cdot t + 60^\circ) \Rightarrow \dot{U}_2 = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ \text{ [V]}$$

- Budući da se traži suma napona:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$$

koristit će se za to odgovarajući oblik:

$$\dot{U}_1 = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \cos(30^\circ) + j \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \sin(30^\circ)$$

$$\dot{U}_2 = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \cos(60^\circ) + j \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \sin(60^\circ)$$

[Početna stranica](#)



- Zbroy tih napona jednak je:

$$\dot{U} = \left[ \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \cos(30^\circ) + j \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \sin(30^\circ) \right] + \left[ \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \cos(60^\circ) + j \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot \sin(60^\circ) \right]$$

$$\dot{U} = \frac{100}{\sqrt{2}} [\cos(30^\circ) + \cos(60^\circ)] + j \frac{100}{\sqrt{2}} [\sin(30^\circ) + \sin(60^\circ)]$$

$$\dot{U} = \frac{100}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right] + j \frac{100}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$\dot{U} = 96.5 + j96.5 \text{ [V]}$$

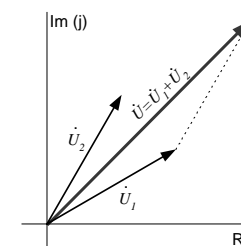
ili

$$\dot{U} = 136.5 \angle 45^\circ \text{ [V]}$$

[Početna stranica](#)



- Vektorski dijagram dobije se ucrtavanjem izračunatih vektora napona:



- Provjera:

$$u(t) = 193 \cdot \sin(\omega \cdot t + 45^\circ) \text{ [V]} \Leftrightarrow \dot{U} = 136.5 \angle 45^\circ \text{ [V]}$$

$$U_{MAX} = 193 \Leftrightarrow \frac{193}{\sqrt{2}} = 136.5 \Leftrightarrow U = 136.5$$

$$\varphi = 45^\circ \Leftrightarrow \varphi = 45^\circ$$

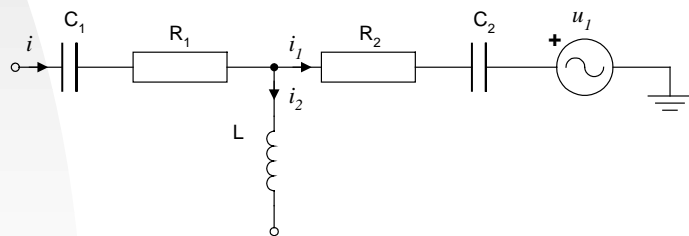
[Početna stranica](#)



## 2. zadatak

Odredite izraz za trenutnu vrijednost napona na kondenzatoru  $C_1$ .  
Zadano:

- $u_1(t) = 15 \cdot \sin(314 \cdot t - \pi/2)$  [V]
- $i_1(t) = 2 \cdot \sin(314 \cdot t + \pi/6)$  [A]
- $i_2(t) = 3 \cdot \sin(314 \cdot t - \pi/3)$  [A]
- $R_1 = 5$  [ $\Omega$ ]
- $R_2 = 3$  [ $\Omega$ ]
- $C_1 = 1$  [mF]
- $C_2 = 200$  [ $\mu$ F]
- $L = 7$  [mH]



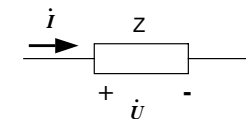
[Početna stranica](#)



## Uvodni pojmovi

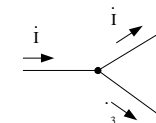
- Ohmov zakon:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} [\text{A}]$$



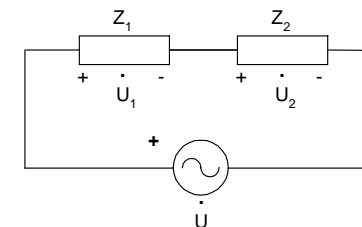
- I Kirchhoffov zakon:

$$\sum_{i=1}^n \dot{I}_i = 0$$



- II Kirchhoffov zakon:

$$\sum_{i=1}^n \dot{U}_i = 0$$



[Početna stranica](#)



## Rješenje zadatka

- Napon na kondenzatoru  $C_1$  iznosi:

$$\dot{U}_{C1} = \dot{I} \cdot \dot{X}_{C1}$$

- Impedancija kondenzatora:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{314 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 3.2 [\Omega]$$

$$\dot{X}_{C1} = -jX_{C1} = -j3.2 [\Omega]$$

- Za čvor vrijedi I Kirchhoffov zakon:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

- Struje u kompleksnom području:

$$i_1(t) = 2 \cdot \sin(314 \cdot t + \pi/6) \Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ$$

$$i_2(t) = 3 \cdot \sin(314 \cdot t - \pi/3) \Rightarrow \dot{I}_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ$$



[Početna stranica](#)



- Ukupna struja:

$$\dot{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ + \frac{3}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ$$

$$\dot{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) + \frac{3}{\sqrt{2}} (\cos(-60^\circ) + j \sin(-60^\circ))$$

$$\dot{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{2} + j \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$$

$$\dot{I} = 1.23 + j0.71 + 1.06 - j1.83$$

$$\dot{I} = 2.29 - j1.12 = \sqrt{2.29^2 + (-1.12)^2} \angle \arctan \frac{-1.12}{2.29}$$

$$\dot{I} = 2.6 \angle -26^\circ [\text{A}]$$

- Po iznosu napon na kondenzatoru  $C_1$ :

$$\dot{U}_{C1} = (2.6 \angle -26^\circ) \cdot (3.2 \angle -90^\circ) = 8.3 \angle -116^\circ [\text{V}]$$

$$u_{C1}(t) = 8.3 \cdot \sqrt{2} \sin(314 \cdot t - 116^\circ) [\text{V}]$$



[Početna stranica](#)

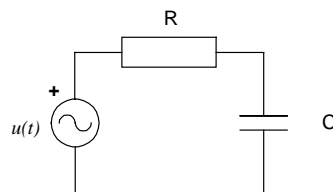


### 3. zadatak

Serijski spojeni otpor (R) i kondenzator (C) priključeni su na izvor izmjeničnog napona  $u(t)=150 \cdot \sin(10^4 \cdot t)$  [V]. Potrebno je odrediti:

- impedanciju Z
- struju koja teče strujnim krugom u kompleksnom obliku
- struju u obliku  $i(t)$
- nacrtajte prikaz U/I veličina u kompleksnoj ravnini

- $R = 20 \text{ } [\Omega]$
- $C = 5 \text{ } [\mu\text{F}]$
- $u(t) = 150 \cdot \sin(10^4 \cdot t)$  [V]



[Početna stranica](#)



### Uvodni pojmovi

- Strujno-naponske prilike na otporu, induktivitetu i kapacitetu kod sinusoidalnih napona i struja (kompleksno područje):

Otpor (R):  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$

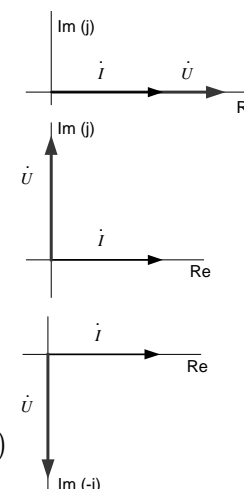
$R$  - radni otpor ( $R; R \angle 0^\circ$ )

Induktivitet (L):  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{jX_L}$

$jX_L = j\omega \cdot L$  - ind. otpor ( $X_L \angle 90^\circ$ )

Kapacitet (C):  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{-jX_C}$

$-jX_C = \frac{1}{j\omega \cdot C}$  - kap. otpor ( $X_C \angle -90^\circ$ )



[Početna stranica](#)



### Rješenje zadatka

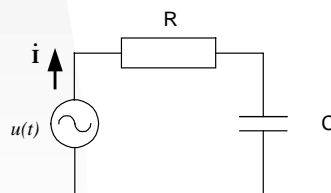
- Impedancija kruga određuje se na sljedeći način:

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + \frac{1}{j\omega \cdot C} = R + \frac{1}{j\omega \cdot C} \cdot \frac{j}{j} = R - j \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$Z = 20 - j \frac{1}{10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 20 - j20 \text{ } [\Omega]$$

$$Z = 20 \cdot \sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ } [\Omega]$$

- Krug se sastoji od serije otpora i kondenzatora pa u krugu teče ista struja I kroz sve elemente.



Napon izvora u kompleksnom obliku:

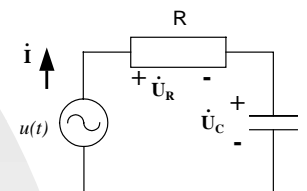
$$u(t) = 150 \cdot \sin(10^4 \cdot t)$$

$$\dot{U} = \frac{150}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

[Početna stranica](#)



- Tako definirana struja stvara padove napona na pojedinim elementima.



Struja se određuje pomoću Ohmovog zakona u kompleksnom obliku.

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\frac{150}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ}{20\sqrt{2} \angle -45^\circ} = \frac{150}{20\sqrt{2}} \angle 0^\circ - (-45^\circ)$$

$$\dot{I} = 3.75 \angle 45^\circ \text{ } [\text{A}]$$

- U vremenskoj domeni struja ima oblik:

$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \varphi_i) = 3.75 \cdot \sqrt{2} \sin(10^4 \cdot t + 45^\circ) \text{ } [\text{A}]$$

- Naponi na otporu i kondenzatoru :

$$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R = (3.75 \angle 45^\circ) \cdot (20 \angle 0^\circ) = 75 \angle 45^\circ \text{ } [\text{V}]$$

$$\dot{U}_C = \dot{I} \cdot (-jX_C) = (3.75 \angle 45^\circ) \cdot (20 \angle -90^\circ) = 75 \angle -45^\circ \text{ } [\text{V}]$$

[Početna stranica](#)



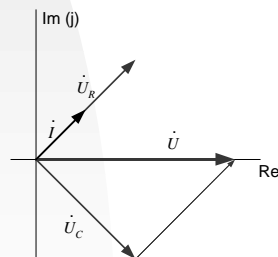
- Napon na izvoru jednak je zbroju napona na otporu i kondenzatoru:

$$\dot{U}_R + \dot{U}_C = (75 \angle 45^\circ) + (75 \angle -45^\circ)$$

$$\dot{U}_R + \dot{U}_C = [75 \cdot \cos(45^\circ) + j75 \cdot \sin(45^\circ)] + [75 \cdot \cos(-45^\circ) + j75 \cdot \sin(-45^\circ)]$$

$$\dot{U}_R + \dot{U}_C = 2 \cdot 75 \cdot \cos(45^\circ) = 75 \cdot \sqrt{2} [\text{V}] = \dot{U}$$

- Crtanjem dobivenih vektora napona i vektora struje dolazi se do vektorskog dijagrama:



Dijagram prikazuje odnose koji su već ranije objašnjeni:

- Na otporu su struja i napon *u fazi*.
- Na kapacitetu struja prethodi naponu za četvrtinu periode.
- Ukupan napon izvora jednak je **vektorskoj** sumi napona na pojedinim elementima.

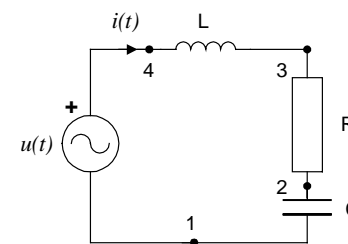
[Početna stranica](#)



## 4. zadatak

Za spoj prema slici nacrtajte vektorski i topografski dijagram. Zadano:

- $u(t) = 20 \cdot \sin \omega \cdot t [\text{V}]$
- $R = 10 [\Omega]$
- $X_L = 20 [\Omega]$
- $X_C = 10 [\Omega]$



[Početna stranica](#)



## Rješenje zadatka

- Zadatak započinjemo određivanjem ukupne impedancije:

$$Z = R + jX_L - jX_C$$

$$Z = 10 + j20 - j10 = 10 + j10 = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ [\Omega]$$

- Struja u krugu:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z}$$

$$\dot{i} = \frac{10\sqrt{2} \angle 0^\circ}{10\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 1 \angle -45^\circ [\text{A}]$$

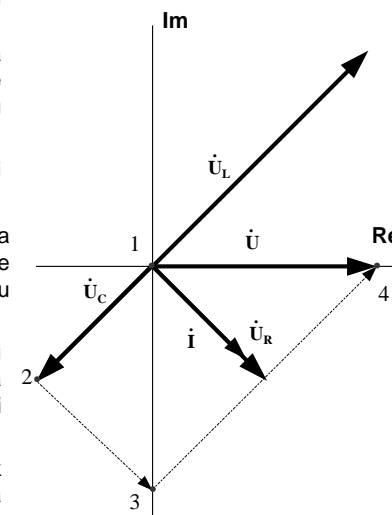
- I bez određivanja struje iz poznate impedancije, odnosno njenog karaktera moguće je zaključiti da struja u krugu kasni za naponom.

[Početna stranica](#)



- Određivanje vektorskog dijagrama:

- Prvi korak pri crtanju v.d. je ucrtavanje vektora napona koji je zadan.
- Iz poznatog karaktera impedancije (induktivni) moguće je nacrtati ukupnu struju u krugu koja kasni za naponom za  $45^\circ$ .
- Napon na kondenzatoru kasni za strujom za  $90^\circ$ .
- Napon na otporu je u fazi sa strujom. Po iznosu napon je jednak naponu na kondenzatoru ( $R = X_C$ ).
- Napon na zavojnici prethodi struji za  $90^\circ$ . Napon je dva puta veći od pada napona na otporu i kondenzatoru.
- Ukupni napon na izvoru jednak je vektorskom zbroju napona na kondenzatoru, otporu i zavojnici.



[Početna stranica](#)



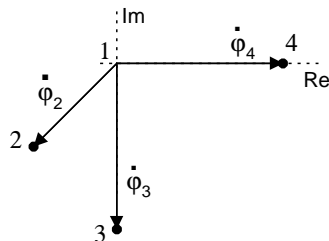
- Topografski dijagram predstavlja prikaz potencijala mreže u kompleksnoj ravlini.
- Za određivanje topografskog dijagrama potrebno je odrediti referentnu točku.
- Ako odaberemo točku 1 za referentnu vrijedi:

$$\dot{\phi}_1 = 0$$

$$\dot{\phi}_2 = \dot{U}_{21} = \dot{I} \cdot \dot{X}_C = (1\angle -45^\circ) \cdot (10\angle -90^\circ) = 10\angle -135^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_2 + \dot{I} \cdot R = (10\angle -135^\circ) + (1\angle -45^\circ) \cdot (10\angle 0^\circ) = 10\sqrt{2}\angle -90^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{\phi}_4 = \dot{\phi}_3 + \dot{I} \cdot \dot{X}_L = (10\sqrt{2}\angle -90^\circ) + (1\angle -45^\circ) \cdot (20\angle 90^\circ) = 10\sqrt{2}\angle 0^\circ [\text{V}]$$


[Početna stranica](#)

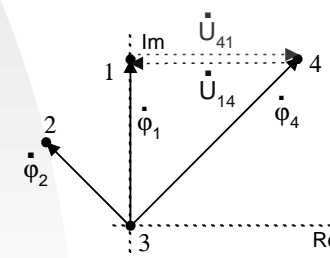

- Ako odaberimo točku 3 za referentnu vrijedi:

$$\dot{\phi}_3 = 0$$

$$\dot{\phi}_4 = \dot{U}_{43} = \dot{I} \cdot \dot{X}_L = (1\angle -45^\circ) \cdot (20\angle 90^\circ) = 20\angle 45^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{\phi}_2 = \dot{U}_{23} = -\dot{I} \cdot R = -(1\angle -45^\circ) \cdot (10\angle 0^\circ) = 10\sqrt{2}\angle 135^\circ [\text{V}]$$

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2 - \dot{I} \cdot \dot{X}_C = (10\sqrt{2}\angle 135^\circ) - (1\angle -45^\circ) \cdot (10\angle -90^\circ) = 10\sqrt{2}\angle 90^\circ [\text{V}]$$



Napon između dvije točke definiran je kao:

$$\dot{U}_{41} = \dot{\phi}_4 - \dot{\phi}_1$$

$$\dot{U}_{14} = \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_4$$

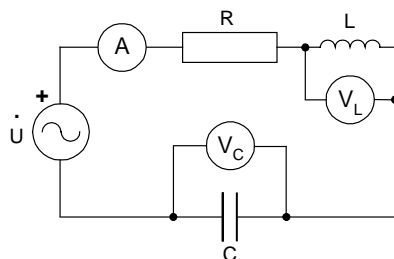
- Iz dijagrama je vidljivo da bez obzira koju referentnu točku odabrali razlika potencijala između dviju točki predstavlja isti vektor.

[Početna stranica](#)


## 5. zadatak

Krug se sastoji od elemenata RLC. Na induktivitetu vlada pad napona  $U_L$ , a na kondenzatoru  $U_C$  uz napon na stezaljkama kruga  $U$ . U krugu teče struja  $I$ . Odredite RLC i  $\cos \varphi$ . Zadano:

- $U_L = 660 [\text{V}]$
- $U = 220 [\text{V}]$
- $U_C = 500 [\text{V}]$
- $R = 10 [\Omega]$
- $f = 50 [\text{Hz}]$
- $I = 11 [\text{A}]$


[Početna stranica](#)


## Rješenje zadatka

- Zadatak započinjemo crtanjem vektorskog dijagrama:

Pretpostavimo proizvoljnu fazu struje  $I$ , odnosno:

$$\dot{I} = 11\angle 0^\circ$$

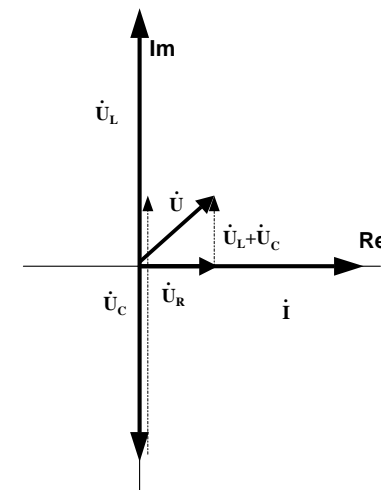
Napon na kondenzatoru kasni za strujom  $I$  za  $90^\circ$ .

Napon na zavojnici prethodi struji za  $90^\circ$ .

Napon na otporu je u fazi sa strujom.

Napon izvora jednak je vektorskom zbroju napona na svim elementima u krugu.

$$\dot{U} = \dot{U}_C + \dot{U}_L + \dot{U}_R$$


[Početna stranica](#)


- Iz vektorskog dijagrama slijedi:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

- Napon na otporu R:

$$U_R = I \cdot R$$

- Poznavajući prethodno, R se može odrediti na sljedeći način:

$$R = \sqrt{\frac{U^2 - (U_L - U_C)^2}{I^2}} = \sqrt{\frac{200^2 - (660 - 500)^2}{11^2}} = 14 [\Omega]$$

- Kapacitet kondenzatora i induktivitet zavojnice određujemo:

$$U_C = I \cdot X_C = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow C = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U_C} = \frac{11}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 500} = 70.8 [\mu F]$$

$$U_L = I \cdot X_L = I \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \Rightarrow L = \frac{U_L}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot I} = \frac{660}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 11} = 0.19 [H]$$

- $\cos \varphi$  određuje se iz vektorskog dijagrama.

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{I \cdot R}{U} = \frac{11 \cdot 14}{200} = 0.7 \text{ (induktivno)}$$

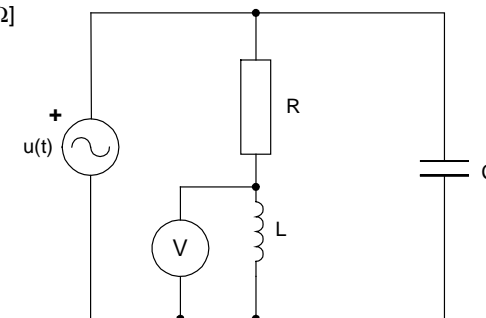
[Početna stranica](#)



## 6. zadatak

Kombinacija prema slici priključena je na izvor napajanja  $u(t)$ . Ako voltmetar mjeri napon  $U_V$ , a između napona i ukupne struje u krugu ne postoji fazni pomak, izračunajte vrijednosti  $R_L$  i  $X_L$ . Zadano:

- $u(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega \cdot t [V]$
- $U_V = 60 [V]$
- $X_C = 10 [\Omega]$



[Početna stranica](#)



## Rješenje zadatka

- Zadatak započinjemo crtanjem vektorskog dijagrama:

Prvo ucrtavamo napon izvora i vektor struje koji su u fazi.

Budući da se radi o paralelnom spoju, napon na seriji R i L te na kondenzatoru je jednak naponu izvora. Iz toga slijede vektori struja u granama.

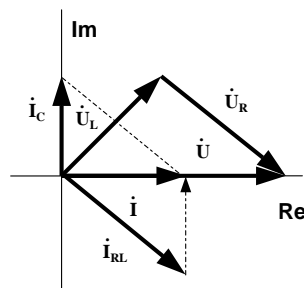
$$\dot{U} = \dot{U}_{RL} = \dot{U}_C$$

Zbroj struja u granama mora dati ukupnu struju u krugu, koja mora biti u fazi s ukupnim naponom u krugu.

$$\dot{I} = \dot{I}_{RL} + \dot{I}_C$$

Zbroj padova napona na zavojnici i otporu daju napon na izvoru.

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L$$



[Početna stranica](#)

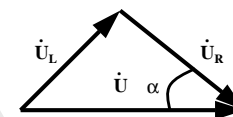


- Iz vektorskog dijagrama napona slijedi:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2$$

$$U_R = \sqrt{U^2 - U_L^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 [V]$$

$$\tan \alpha = \frac{U_L}{U_R} = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$$



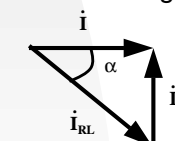
- Struju kroz kondenzator moguće je odrediti iz:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{\dot{X}_C} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 10 \angle 90^\circ [A]$$

- Iz vektorskog dijagrama struja slijedi:

$$\tan \alpha = \frac{I_C}{I} \Rightarrow I = \frac{I_C}{\tan \alpha} = \frac{10}{\frac{3}{4}} = 13.3 [A]$$

$$I_{RL} = \sqrt{I^2 - I_C^2} = \sqrt{13.3^2 - 10^2} = 16.7 [A]$$



- Sada je moguće odrediti R i  $X_L$ .

$$R = \frac{U_R}{I_{RL}} = \frac{80}{16.7} = 4.8 [\Omega] \quad X_L = \frac{U_L}{I_{RL}} = \frac{60}{16.7} = 3.6 [\Omega]$$

[Početna stranica](#)

